Emelt szintű tankönyv, 11-12. o, 34. oldal:

2. példa Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenséget!

$\sqrt{x+4} < -3x+2$.

Megoldás **Első megoldás:**

A gyök alatt nem állhat negatív szám, ezért $x \geq -4$. A jobb oldalon egy gyökös kifejezésnél nagyobb szám áll, így a $-3x + 2 > 0$ feltételnek is teljesülnie kell. Innen $x < \frac{2}{3}$, az alaphalmaz tehát $x \in \left[-4; \frac{2}{3}\right[$. Mivel – most már – mindkét oldal nemnegatív, szabad négyzetre emelnünk.

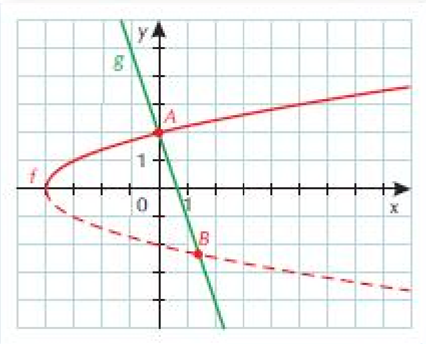
$\sqrt{x+4} < -3x+2 \quad \Leftrightarrow \quad x+4 < 9x^2 - 12x + 4 \quad \Leftrightarrow \quad 0 < 9x^2 - 13x \quad \Leftrightarrow \quad 0 < x(9x-13)$.

Az egyenlőtlenség megoldása $x < 0$ vagy $\frac{13}{9} < x$. Ez utóbbi nem felel meg a kikötéseknek, tehát az eredmény: $-4 \leq x < 0$. (**Másképpen** azt is mondhattuk volna, hogy az $x < \frac{2}{3}$ feltétel miatt a $9x - 13$ tényező negatív, ezért a másik tényezőnek, x-nek, szintén negatívnak kell lennie.)

Második megoldás:

Már többször említettük, hogy a grafikus szemléltetés megkönnyítheti a megoldást.

Ha ábrázoljuk az $f(x) = \sqrt{x+4}$ és $g(x) = -3x + 2$ függvényeket, akkor a grafikonról leolvasható, hogy az $A(0; 2)$ pontban metszik egymást, és $f(x) < g(x)$ a $-4 \leq x < 0$ intervallumon teljesül.



Ha a metszéspont esetleg kevésbé „szép" szám, és nem olvasható le könnyen, akkor is egyszerűen járhatunk el. A függvényeket ábrázoljuk, majd megoldjuk az $f(x) = g(x)$ *egyenletet*. (Ezt lényegesen könnyebb megoldani, mint az eredeti *egyenlőtlenséget*.) A két megoldás, $x_1 = 0$ és $x_2 = \frac{13}{9}$ közül kiválasztjuk a valódi metszéspont $x_1 = 0$ koordinátáját, és leolvassuk a megfelelő $-4 \leq x < 0$ intervallumot.

(A B hamis gyök a $g(x)$ és $h(x) = -\sqrt{x+4}$ függvénygörbék metszéspontja.)

Harmadik megoldás (vázlat):

Alkalmazhatunk helyettesítést. $a = \sqrt{x+4}$ helyettesítéssel az $a < -3a^2 + 14$ másodfokú egyenlőtlenséget kell megoldanunk, az $a \geq 0$ feltétel mellett.