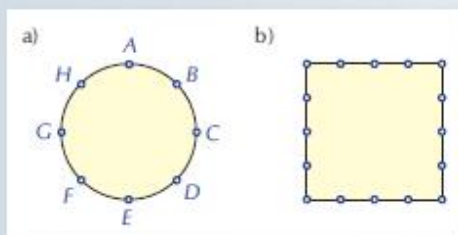


1. példa



Televíziós vetélkedőkön és különböző rejtvenyűságokban gyakran találkozunk a mellékelt két mintapéldához hasonló feladatokkal.

„Kössük össze az ábrán látható pontok mindegyikét az összes többivel! Hány összekötő egyenes keletkezik ekkor?” (Az első ábrán az adott pontok egy köríven helyezkednek el, a másodikon a négyzet csúcsaiban és az oldalain.)

Megoldás

a) Az első ábra esetén több megoldást is adunk.

Első megoldás

Az első ábrán az A pontot összeköthetjük a B, C, \dots, H pontokkal, ez 7 egyenes. Új egyenest kapunk, ha a B -t összekötjük a C , vagy D, \dots , vagy H ponttal, ez további 6 egyenes. Hasonlóan folytathatjuk a C ponttal: a CD, CE, \dots, CH egyenesek száma 5. (Most sem vettük figyelembe a CA és CB egyeneseket, mert ezeket már az A , illetve B pont esetén számoltuk.) Ugyanígy kapjuk, hogy D -ből 4, E -ből 3, F -ből 2, végül G -ből 1 korábban nem számolt egyenes húzható. Összesen tehát $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$ egyenes keletkezik.

Második megoldás

Mindegyik pontból 7 egyenes húzható, a 8 adott pont esetében ez $7 \cdot 8 = 56$ egyenest jelent. De így minden egyenest kétszer számoltunk: például az AD egyenest számoltuk egyszer A -ban, és egyszer D -ben is. Ezért az összes egyenes száma $\frac{7 \cdot 8}{2} = 28$.

Harmadik megoldás

Mindegyik egyenest megadhatjuk a két pontjával. Annyi egyenes keletkezik tehát, ahányféleképpen ki tudunk választani az adott 8 pontból 2-t.

Az első pontot 8-féleképpen választhatjuk (A, B, \dots, H), a másodikat már csak 7-féleképpen, mert ez nem lehet azonos az első ponttal. A szorzási szabály miatt így $8 \cdot 7$ pontpárt kapunk. Vegyük észre azonban, hogy a kiválasztott pontok sorrendje nem számít: például a CH pontpár ugyanazt az egyenest határozza meg, mint HC . Mivel minden párt kétszer számoltunk, a keletkezett egyenesek száma $\frac{8 \cdot 7}{2} = 28$.

Megjegyzések

Mindhárom megoldás könnyen alkalmazható akkor is, ha 8 helyett több kezdeti pont adott. (Erre vonatkozik az első kitűzött feladat.) Az persze előfordulhat, hogy az első megoldásban olyan nagy számokat kell összeadnunk, hogy érdemes már a „Gauss-módszer” alkalmaznunk.