

2. Határozzuk meg az összes olyan négyjegyű négyzetszámot, amelynek számjegyeit eggyel megnövelve a kapott négyjegyű szám szintén négyzetszám lesz!

Megoldás. Ebben az esetben a két szám különbsége 1111, tehát az $x^2 - y^2 = 1111$ egyenletet kell megoldanunk, ahol x és y pozitív egész számok.

2 pont

Ezt átalakítva:

$$(x - y) \cdot (x + y) = 1111.$$

1 pont

Mivel a prímtényezős felbontás: $1111 = 11 \cdot 101$, ezért az 1111-nek négy pozitív osztója van, 1, 11, 101, 1111. Így a lehetőségek:

1 pont

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 1 \\ x + y = 1111 \end{array} \right\} \text{ ebből } x = 556, y = 555. \text{ Ez nem megoldás.}$$

1 pont

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 11 \\ x + y = 101 \end{array} \right\} \text{ ebből } x = 56, y = 45. \text{ Ez jó megoldás.}$$

1 pont

Tehát a keresett négyjegyű szám a 2025.

1 pont

Összesen: 7 pont