

4. El lehet-e helyezni egy asztalon egy síkban (a pénzermék egymásra helyezése nélkül)

a) 2016

b) 2017

egyforma, kör alakú pénzermét úgy, hogy mindegyik pénzérme három másik pénzermét érintsen? Ha el lehet helyezni, akkor egy lehetséges elhelyezést kérünk indoklással; ha nem lehet, akkor indoklást, hogy miért nem!

Megoldás. Először vizsgáljuk a b) kérdést. Ha 2017 darab pénzérme mindegyike három másik érmét érint, akkor a $2017 \cdot 3 = 6051$ szorzat eredménye páratlan. Ez azonban lehetetlen, mivel itt minden érintési pontot kétszer számoltunk meg.

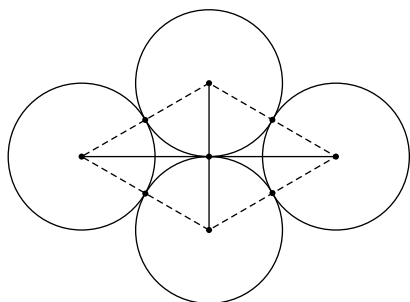
1 pont

Minden érintési pontot kétszer számolunk meg, így nem lehet páratlan az összeg.

1 pont

Tehát 2017 darab pénzermét nem lehet elhelyezni egy síkban.

1 pont



a) A $2016 \cdot 3 = 6048$ érintési pont esetén a szorzat páros, így most nem áll fent az előző eset. Ekkor valóban elhelyezhetőek a pénzermék, például az alábbi módon. Képezzünk négy pénzerméből az ábra szerinti alakzatot. Ekkor a belső érmék 3-3 másik pénzermét érintenek.

2 pont

Majd mivel $2016 : 4 = 504$, ezért 504 darab ilyen négyest helyezünk el körben, mintha a két szélső kör-lap középpontjait összekötő szakasz egy 504 szög egy oldala lenne.

1 pont

Így az első és utolsó pénzérme is három másik pénzermét fog érinteni.

1 pont

Összesen: 7 pont

Megjegyzés: Bármely más, de helyes konstrukció mutatása és a konstrukció helyességének magyarázata is 4 pont. Ha nincsen magyarázat a konstrukció mellett, akkor arra legfeljebb 2 pont adható.