3. Hány olyan ötjegyű tízes számrendszerbeli pozitív egész szám van, melyben a jegyek szorzata 50-re végződik?

Megoldás: Nem szerepelhet a számban a 0 számjegy, mert ekkor a jegyek szorzata is 0 lenne, ami nem 50-re végződő szám. 1 pont

Ha a jegyek szorzata 50-re végződik, akkor 50-nel osztható. $50 = 25 \cdot 2$, a 25 és a 2 relatív prím, tehát 25-tel és 2-vel is osztható. 1 pont

Ha a jegyek szorzata 4-gyel is osztható lenne, akkor már 00-ra végződne. Azt kaptuk, hogy a jegyek szorzatának prímtényezős felbontásában a 2 kitevője 1, az 5 kitevője legalább 2. 1 pont

Az eddigiek alapján vegyük sorra a lehetőségeket a szerint, hogy a számban hány 5-ös számjegy szerepel.

(i) Két darab 5-ös esetén van még további három számjegy. Ezek közül egy lehet páros, az sem lehet 4-gyel osztható. A páros jegy tehát a 2 és a 6 valamelyike. A további két számjegy lehet az 1, 3, 7, 9 bármelyike. Kiválasztjuk az öt helyiérték közül a két 5-ös helyét, ez lehet $\binom{5}{2} = 10$-féle. A maradék három helyből kiválasztjuk a páros helyét, ide két szám kerülhet, ez 6 lehetőség. A maradék két hely mindegyikénél egymástól függetlenül választható 4 szám, ami 16 eset. Így ebben az esetben $10 \cdot 6 \cdot 16 = 960$ számot kapunk. 1 pont

(ii) Három darab 5-ös esetén van még további két számjegy. Az előzőek mintájára az 5-ösök helye lehet $\binom{5}{3} = 10$-féle. A páros szám két helyre kerülhet és kétféle lehet, így 4 lehetőség van. A megmaradt egy helyre is 4-féle szám írható, az 1, 3, 7, 9 valamelyike. Ekkor $10 \cdot 4 \cdot 4 = 160$ számot kapunk. 1 pont

(iii) Négy darab 5-ös esetén egy további jegy van, ami csak a 2 vagy a 6 lehet. A páros jegy öt helyre kerülhet és kétféle lehet, tehát itt 10 jó számot kapunk. 1 pont

Összesen 960+160+10=1130 szám van, ami megfelel a feladat feltételeinek. 1 pont

Összesen: 7 pont