

FPI tehetséggyondozó szakkör 12. évf. I. foglalkozás, 2013. okt. 2.

Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny matematikából
2008/2009 11 - 12. évfolyam 2. kategória 1. forduló

1. Oldja meg a valós számok halmazán a

$$\log_4(\log_8 x) = \log_8(\log_4 x)$$

egyenletet!

2. Az ABC derékszögű háromszögben az A csúcsnál levő belső szög 30° . A BC befogóra illeszkedő P pontból az AB átfogóra rajzolt merőleges talppontja legyen Q . Határozza meg a $\frac{PC}{BP}$ arány értékét, ha a BPQ és a CPA háromszögek területei egyenlők!

3. Egy fiókban n darab füzet van, közülük néhány négyzetrácsos, a többi vonalas. Egymás után véletlenszerűen kiveszünk kettőt. Egy másik fiókban ugyancsak n darab füzet van, de kétszer annyi közöttük a négyzetrácsos, mint az előzőben. Ebből a fiókból is kiveszünk véletlenszerűen kettőt. Annak a valószínűsége, hogy a másodikból két négyzetrácsosat veszünk ki, ötször annyi, mint, annak, hogy az első fiókból veszünk ki két négyzetrácsosat. Hány négyzetrácsos füzet van az egyes fiókokban?

4. Hófehérke, Hamupipőke és Csipkerózsika a mesebeli tisztáson találkoznak. Hófehérke kosarában almák, Hamupipőke kosarában körték, Csipkerózsika kosarában barackok vannak. Minden kosárban 100-nál kevesebb gyümölcs van. Hófehérke almáinak egy kilenced részét Hamupipőkének adja, másik egy kilenced részét Csipkerózsikának. Ekkor Hamupipőke a másik két mesehős mindegyikének odaadja a körtéinek egy nyolcad-egy nyolcad részét. Csipkerózsika rövid gondolkodás után azt mondja: „Én mindkettőtöknek odaadom a barackjaim egy hatod-egy hatod részét, mert akkor mindhármunknak ugyanannyi gyümölcs lesz a kosarában.” Melyiküknek hány gyümölcse volt eredetileg, és mennyit adtak egymásnak, ha sem átadásakor, sem azután, egyikük sem darabolta a gyümölcsöket? Mennyi lett a végén a kosaraikban levő gyümölcsök száma?

5. Oldja meg a valós (x, y) számpárok halmazán az

$$(x + y + 2009)^2 = 2 \cdot (xy + 2x + 2008) \cdot (-x + y - xy + 1)$$

egyenletet!