

## Szakköri feladatok

Oszthatóság  
10. osztály

1. Bizonyítsuk be, hogy  $n^5$  és  $n$  utolsó számjegye megegyezik.
2. Határozzuk meg  $1! + 2! + 3! + \dots + 100!$  utolsó számjegyét?
3. Adjuk meg  $7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2001}$  utolsó számjegyét?
4. Mennyi  $0,123 \dots 91011 \dots 99100101 \dots 99910001001 \dots$  2001-ik számjegye?
5. Bizonyítsuk be, hogy  $31 \mid 2^{100} - 1$ .
6. Legfeljebb hány egymás utáni páratlan számot szoroztunk össze, ha szorzatuk 9-re végződik?
7. Hány egész megoldása van az  $x^3 \cdot y^{11} (x^2 + y^2) = 2001^{2001}$  egyenletnek?
8. Írjuk fel az  $n$  pozitív osztóit, ha  $n = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ !
9. Hány olyan 5-jegyű szám van, amelynek 3 pozitív osztója van?
10. Adjuk meg azt a legkisebb pozitív egész számot, amelynek  
a.) 6      b.) 12      c.) 15 pozitív osztója van.
11. Adjuk meg azt a legkisebb pozitív egész számot, amely  
a.) páratlan és 12 pozitív osztója van,    b.) nem osztható 5-tel és 12 pozitív osztója van.
12. Hány olyan legalább háromjegyű, de legfeljebb négyjegyű pozitív egész szám van, amely 5-re végződik és 3 pozitív osztója van?
13. Bizonyítsuk be, hogy  $5 \mid 2001^9 + 2001^8 + \dots + 2001 + 1$ .
14.  $100!$  hány 0-ra végződik?
15.  $1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot 4^4 \dots 9^9 \cdot 10^{10}$  hány 0-ra végződik?
16.  $\frac{3^{300}}{300!}$  tovább nem egyszerűsíthető alakjában mennyi a 3 kitevője?
17. Ha összeszorozunk öt olyan pozitív egész számot, amelyek közül a negyedik 3-nál nagyobb prím, akkor mi az a legnagyobb pozitív egész, amellyel a szorzat biztosan osztható?
18. Az  $1, \dots, 10$  számok szétoszthatók-e két csoportba úgy, hogy a két csoportban lévő számok szorzata egyenlő legyen?
20. Pótoljuk a hiányzó  $\square$  és  $\Delta$  számjegyeket, ha tudjuk, hogy :  
a.)  $12 \mid 65\square7\Delta$     b.)  $45 \mid 3\Delta2\square$     c.)  $36 \mid 23\square\Delta2$   
d.)  $24 \mid 5\square4$       e.)  $40 \mid 781\Delta\square$       f.)  $45 \mid 5\square4\Delta$
21. Pótoljuk a hiányzó számjegyeket, ha  
a.)  $15 \mid \overline{32x48y}$     b.)  $36 \mid \overline{73x5y2}$     c.)  $45 \mid \overline{73x52y}$     d.)  $45 \mid \overline{15x64y}$