

Szakköri feladatok
Egész együtthatós polinomok
10. osztály

1, Határozzuk meg az a ; b ; c paraméterek értékét úgy, hogy az

$$x^4 + x^3 + ax^2 + bx + c$$

polinom $(x-1)$ -gyel, $(x-2)$ -vel, $(x-3)$ -mal osztva rendre 1, 2, 3 maradékot adjon.

2, Írjuk fel a következő polinomot $(x+1)$ hatványai szerint.

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1$$

3, Adjunk meg olyan polinomot, amely az $(x-1)$ -gyel, $(x-2)$ -vel, \dots , $(x-k)$ -val osztva rendre 1; 2; \dots ; k maradékot ad.

4, Igazoljuk, hogy

$$(x^2 - 3x + 2) \mid (x-2)^{100} + (x-1)^{50} - 1.$$

5, Keressük meg az $x^{100} - 2x^{51} + 1$ polinom $(x^2 - 1)$ -gyel való osztási maradékát.

6, Keressünk olyan polinomot, amely a 0; 1; 2; 3; 4 helyeken rendre az 1; 2; 3; 4; 5 értéket veszi fel.

7, Keressünk olyan polinomot, amely a 0; 1; 2; 3; 4 helyeken rendre az 1; 2; 3; 4; 6 értéket veszi fel.

8, Igazoljuk, hogy ha $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ és az $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d) - 4$ polinomnak gyöke a q egész, akkor $q = \frac{a+b+c+d}{4}$.

9, Igazoljuk, hogy nincs olyan egész együtthatós $f(x)$ polinom, amelyre $f(5) = 8$ és $f(10) = 16$ egyszerre teljesülne.

10, Az $x^2 + px + q$ polinomban p, q páratlan egészek. Van-e egész gyöke? Van-e racionális gyöke?

11, Igaz-e, hogy ha egy másodfokú polinom mindhárom együtthatója páratlan egész, akkor nincs racionális gyöke? Igaz-e, hogy ha egy páros fokú polinom minden együtthatója páratlan egész, akkor nincs racionális gyöke?

12, Igazoljuk, hogy ha p ; q páratlan, akkor az $x^2 + 2px + 2q$ polinomnak nincs racionális gyöke

13, Oldjuk meg az $x^3 + 6x^2 + 15x + 14 = 0$ egyenletet.

14, Van-e racionális gyöke az $x^3 + 8x^2 - 8x + 2 = 0$ egyenletnek?

15, Tudjuk, hogy az $x^3 - 3x^2 + 2x + c$ polinom egyik gyöke a másik kétszerese. Határozzuk meg c értékét és a gyököket.