

Megoldások

1. feladat

Jelöljük a keresett számot x -szel.

$$\text{Első eset: } 2x - \frac{x}{2} = \frac{15}{8}$$

$$\frac{3x}{2} = \frac{15}{8}$$

$$x = \frac{5}{4} \quad (6 \text{ pont})$$

$$\text{Második eset: } \frac{x}{2} - 2x = \frac{15}{8}$$

$$-\frac{3x}{2} = \frac{15}{8}$$

$$x = -\frac{5}{4} \quad (4 \text{ pont})$$

2. feladat

a. A függvény ábrázolása és a rácspontok összeszámlálása tetszőleges módon könnyen elvégezhető. A rácspontok száma: 81. (4 pont)

b. A függvény grafikonja az x tengelyt a (4012;0) pontban metszi. Számoljuk össze úgy a rácspontokat, hogy a x tengellyel párhuzamos egyeneseken hány tartozik a háromszöghöz.

Az $y = 0$ egyenesen / az x tengelyen / 4013 rácspont van.

Az $y = 1$ egyenesen 4011 rácspont van.

Az $y = 2$ egyenesen 4009 rácspont van, és így tovább mindig kettővel kevesebb.

Végül az $y = 2006$ egyenesen 1 rácspont van.

Összesen 2007 egyenesen helyezkednek el a vizsgált rácspontok.

A rácspontok száma: $1 + 3 + 5 + \dots + 4011 + 4013 = \frac{1+4013}{2} \cdot 2007 = 4028049$.

(6 pont)

3. feladat

A paralelogramma az adatokból könnyen szerkeszthető.

A két félegyenes a paralelogrammát három egyenlő területű részre bontja, így ebből kettő háromszög, a harmadik négyszög lesz.

Legyen az egyik háromszög alapja AB, ekkor ahhoz, hogy a területe harmada legyen a paralelogramma területének az oldalhoz tartozó magasságnak a hossza $\frac{2}{3}$ része kell hogy legyen a paralelogramma magasságának. Ezért az A-

ből induló félegyenes a BC oldalt a C-hez közelebbi harmadoló pontban metszi.

Hasonlóan végiggondolva a másik A-ből induló félegyenes, a DC oldalt, a C-hez közelebbi harmadoló pontban metszi. (10 pont)

4. feladat

- a. A telefonszámok első számjegye 6-féle lehet, ettől függetlenül a második két számjegye 30-féle, az utolsó számjegye ismét 6-féle lehet. Ezért a különböző telefonszámok száma: $6 \cdot 30 \cdot 6 = 1080$ (**6 pont**)
- b. Akkor lesz a legnagyobb a telefonszám, ha az első és utolsó számjegye 6, valamint a középső két számjegye a 30. kétjegyű szám, mely 0-t nem tartalmaz. Ez a 43. A legnagyobb telefonszám: 6436. (**4 pont**)

5. feladat

Hosszabbítsuk meg az AQ szakaszt Q ponton túl még egyszer az AC oldal hosszával, így kapjuk az R pontot. Az APR háromszög szabályos háromszög, mivel $AP=AR$ és az általuk bezárt szög 60^0 . Az APC háromszög egybevágó a PRQ háromszöggel, mert két-két oldaluk és az ezek által bezárt szögek egyenlők. Ezért a két háromszög PQ illetve PC oldalai megegyező hosszúságúak. (**10 pont**)