Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye

2014-2015

5.osztály

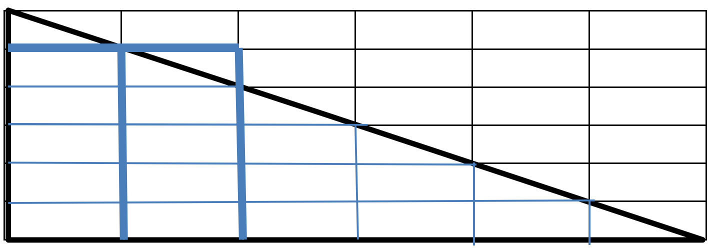
Döntő

1. *Egy doboz teljes súlya 20 tányérral és 30 csészével 4,8 kg. A doboz teljes súlya 40 tányérral és 50 csészével 8,4 kg. Mennyi a doboz teljes súlya 10 tányérral és 20 csészével?*

Megoldás: A második mérés egyrészt 20 tányér és 20 csésze többletet jelent, másrészt 3,6 kg-ot. Ezért 10 tányér és 10 csésze 1,8 kg súlyú. Ez viszont az első mérésnél épp a kérdezett 10 tányérral és 20 csészével több, ami így
4,8kg-1,8kg = 3 kg súlyt jelent.

2. *Adott egy derékszögű háromszög, befogói 24,illetve 72 cm hosszúak. A rövidebb befogóval párhuzamosan 6 egyenlő szélességű sávra osztottuk, és a sávokat váltakozva színeztük fekete-fehérre, a befogótól fehérrel kezdve. A szomszédos területek között hány cm^2 a különbség?*

Megoldás: Egészítsük ki a derékszögű háromszöget téglalappá, és a 24 cm-es oldalt is osszuk fel 6 egyenlő részre, majd az osztópontokon át húzzunk párhuzamosokat a téglalap hosszabb oldalával. Így a téglalapot felosztottuk 6x6 db kis téglalapra, és a nagy téglalap átlója a kicsik közül 6 db-nak szintén átlója.
A téglalap átlója a területét felezi.
Bármelyik két szomszédos fekete és fehér területet nézzük, ezek különbsége egy kis téglalap területével egyenlő, mert az egyik egy fél kistéglalappal kisebb, a másik egy fél kistéglalappal nagyobb egy ugyanakkora téglalapnál.
A kistéglalap területe (24:6)x(72:6)=4x12=48 cm^2. Tehát a szomszédos területek különbsége 48 cm^2.



3. *Egy hajó harangja minden félórában jelez a következőképp: 00:30-kor 1 gong hallatszik, fél óra elteltével 2, újabb fél óra múltán 3, és így tovább, míg egy teljes ciklus le nem jár 04:00-kor 8 gonggal. Ekkor a harangszerkezet ciklusa újraindul 1 gonggal 04:30-kor, és így tovább. Összesen hány darab hangjelzést (gong) hallhatunk 00:15-től másnap 00:15-ig?*

Megoldás: Egy teljes ciklusban 1+2+3+4+5+6+7+8=36 hangjelzést hallunk. 24 óra alatt 6 ciklus megy végig, mert 6x4=24, így 6x36= 216 hangjelzést hallunk 24 óra alatt.

4. *Állunk a koordinátarendszer origójában és körbenézünk, keressük a rácspontokat. Rejtőzködő az a rácspont, amelyik egy másik mögött van, ezért nem látjuk. (Ha tehát az origó és két rácspont egy egyenesen van, akkor csak azt látjuk, amelyik közelebb van az origóhoz, a másik rejtőzködő. Így pl a (2;2) pont rejtőzködő, mert az (1;1) pont „mögé bújt”.) Hány olyan nem rejtőzködő rácspont található, melyre igaz, hogy mindkét koordinátájának (jelzőszámának) abszolút értéke legfeljebb 6?*

Megoldás: Egy pont akkor rejtőzik, ha mindkét koordinátája egy másik pont két koordinátájának ugyanannyi szorosa.
Az I. sík negyedben ilyen pont 23 darab van. Szimmetria okán a többiben ugyanennyi, a tengelyeken pedig 1-1 db, összesen 4 található. Tehát 23x4+4=96 ilyen pont van.

5. *Hány számot lehet felírni két olyan különböző pozitív egész szám összegekért, melyek közül egyik sem nagyobb 100-nál?*

Megoldás: a legkisebb ilyen összeg az 1+2=3, a legnagyobb a 99+100=199. Köztük mindegyik felírható pl 1+n alakban. Ez összesen 199-2=197 szám.