Kardos-Montágh Matematikaverseny
2020.
II. (döntő) fordulójának feladatai

A második forduló feladatainak beadási határideje:

2020. április 16., 8.00 óra.

Ebben a fordulóban már nincsenek évfolyamokra bontott feladatok. A versenyzők az összes kitűzött feladat megoldását beküldhetik. A sikeres szerepléshez várhatóan nem szükséges az összes feladat megoldása. Már egy-két feladat szépen kivitelezett, helyes megoldása is elegendő lehet az adott évfolyamon az első hely eléréséhez. Az is lehetséges, hogy egy szép ötlet, vagy fontos részeredmény beküldése lesz a döntö a végső sorrend kialakításánál. Csak azoktól a tanulóktól fogadunk el megoldásokat, részeredményeket, akik az első fordulóban is részt vettek, küldtek megoldásokat.

Kérjük, hogy megoldásaitokat áttekinthetően, elektronikusan szerkesztve, a név és az évfolyam pontos megjelölésével készítsétek el. A dolgozatokat **kizárólag** — pdf file-ban — küldhetitek el a *matoktport@gmail.com* emailcímre. Az elektronikusan szerkesztett, beküldött file-ok formátuma a következő legyen:

nev_feladat_2.pdf.

A határidő után érkezett dolgozatokat itt a döntőben már figyelmen kívül hagyjuk.

1. Az $x^3 + ax + b = 0$ egyenlet gyökei u, v és w. Igazoljuk, hogy
$$2(u^5 + v^5 + w^5) = 5u \cdot v \cdot w(u^2 + v^2 + w^2).$$

2. Oldjuk meg az
$$(x-a)^4 + (x-b)^4 = (a-b)^4$$
egyenletet, ahol a és b rögzített valós számok.

3. Mely valós számok a következő egyenlet megoldásai?
$$\sqrt[5]{x^3 + 2x} = \sqrt[3]{x^5 - 2x}.$$

4. Adjuk meg az alábbi irracionális egyenlet összes valós megoldását.
$$(3x\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 3)(x + 3) = 64x\sqrt{x}$$

5. Felbontható-e alacsonyabb fokú egész együtthatós polinomok szorzatára az $x^5 - x^2 + 1$ polinom?

6. Az a és b számok gyökei az $x^4 + x^3 - 1$ polinomnak. Mutassuk meg, hogy akkor $a \cdot b$ gyöke lesz az $x^6 + x^4 + x^3 - x^2 - 1$ polinomnak.