

T. 238

Péter számokat ír a táblára: az életkorával kezdi (években számolva), és a következő számot mindig úgy kapja, hogy az előzőhöz hozzáadja annak legnagyobb számjegyét. Fel fogja-e valaha írni 10...096-ot (ahol az 1-es és a 9-es között 1996 nulla van)?

Megoldás. Nézzük meg lépésenként, hogy milyen számokból adódhatott az 10...096. Egy n szám őst úgy kaphatjuk meg, hogy például megnézzük az $n-9, n-8, \dots, n-1$ számokat (hiszen a legnagyobb számjegy 1 és 9 között lehet), hogy megfelelnek-e, ez fejből könnyen végignézhető. Az 10...096 csak a ...088-ból kapható meg, a ...088 pedig csakis a '80 vagy '79-ből, és így tovább. Táblázatban:

Lépések száma visszafelé	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Lehetséges végzések	96	88	79, 80	72, 73	66	58, 60	55, 49	45	41	nincs

A kilencedik lépésben már nem bírunk olyan számot találni, melyből előállíthatnánk az 100...096-ot, ezért a legkisebb olyan szám, melyből a megadott lépésekkel előáll az 100...096, ez az 100...041. Tehát Péter sosem írhatja fel 10...096-ot.