

*Egy olyan körmérkőzéses focibajnokságot vizsgálunk, amelyben bármely két csapat pontosan egyszer játszik egymással, a győzelemért 3, a döntetlenért 1, a vereségért 0 pont jár. A bajnokság végén, a pontszámok kiszámolása után egy mérkőzést érdekesnek nevezünk, ha az a csapat nyert, amelyiknek kevesebb pontja lett, érdektelennek pedig az olyan mérkőzést nevezük, amelyet a több pontszámot elért csapat nyert meg. Lehetséges-e, hogy a bajnokságban több érdekes mérkőzés volt, mint érdektelen?*

**Megoldás.** Nyilvánvaló, hogy 2 csapat esetén nem lehet több érdekes meccs, mint érdektelen. Tegyük fel, hogy van olyan bajnokság, amelyben mégis több érdekes meccs volna. Legyen  $n > 2$  a legkisebb olyan csapatszám, melyre ez teljesül. Ekkor vegyük ki az  $n$  csapat közül a(z egyik) legerősebbet. Ez a csapat legalább annyiszor nyert meccset, mint veszített, hiszen ha mégsem, akkor mindegyik csapat többször veszített, tehát kevesebb veszített meccs volna, mint megnyert. E tulajdonsága miatt a maradék  $(n-1)$  csapat is egymás között több érdekes meccset játszott, mint érdektelent, és ez ellentmond annak, hogy a lehető legkisebb  $n$ -et vettük. Tehát nem lehet több érdekes meccs, mint érdektelen.