

T. 271

Nevezzük az ötszög súlyvonalának az egyik csúcsát a szemköztes oldal felezőpontjával összekötő szakaszt! Igaz-e, hogy az öt súlyvonal minden konvex ötszögben egy közös pontban metszi egymást?

Megoldás. Nem igaz. A cáfoláshoz elég egyetlen ellenpéldát adnunk, egy lehetséges megoldás például a következő.

Legyen $ABCD$ egy négyzet, és legyen F a CD oldal felezőpontja. Húzzunk párhuzamost az AF és BF egyenessel rendre a D és C csúcson át, és e két egyenes messe egymást az E pontban. Figyeljük meg, hogy ezen két egyenes – mivel egy oldalával párhuzamos és átmegy egy másik oldalának felezőpontján – a CDE háromszög két középvonala lesz. Vagyis AF és BF az ötszög két súlyvonalaként, ami az F pontban metszi egymást. Azonban a C -ből és D -ből induló súlyvonalak az $ABCD$ négyzetben belül metszik egymást, ezért az $ABCED$ konvex ötszög öt súlyvonalaként nem lehet egy ponton át.

