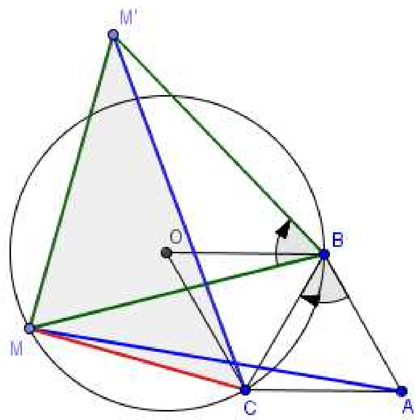
T. 290.

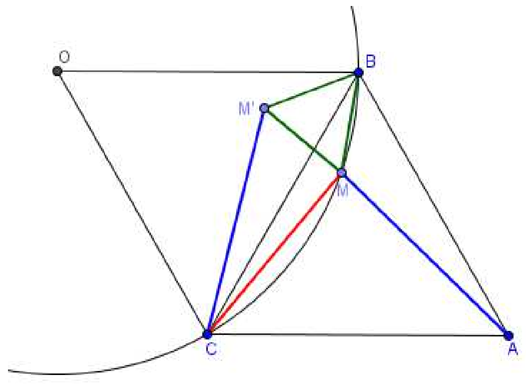
Bizonyítsd be, hogy ha az ABC *és az* OBC *háromszög is szabályos és az* M *pont az* O *középpontú* OB *sugarú körön helyezkedik el, akkor* $MA^2 = MB^2 + MC^2$.

Megoldás. Mivel a bizonyítandó egyenlőség a Pitagorasz-tételhez hasonlít, megpróbáljuk a három szakaszt egy derékszögű háromszögben megjeleníteni.

Forgassunk *B* körül 60°-kal úgy, hogy az *A* a *C* pontba kerüljön. Ha itt *M* képe M', akkor a távolságtartás miatt *MA=M'C*. Másfelől, mivel *MBM'* szög 60°, és *MB=M'B*, így *MBM'* szabályos háromszög, ahonnan *MB=MM'*. Tehát a bizonyítandó összefüggés nem lett más, mint $M'C^2 = MM'^2 + MC^2$, amihez a Pitagorasz-tétel szerint elég belátnunk, hogy *CMM'* szög derékszög.



<u>*1. eset.*</u> Ha *M* a körnek az *ABC* háromszögön kívül eső *BC* ívén van, akkor a kerületi és középponti szögek tétele szerint *BMC* szög a *BOC* szögnek éppen fele, azaz 30°, ezt hozzáadva a 60°-os *M'MB* szöghöz a *CMM'* 90°-os szöget kapjuk.



<u>*2. eset.*</u> Ha *M* a körnek a rövidebbik *BC* ívén van, akkor *BMC* kerületi szög a hosszabbik *BC* ívhez tartozó 300°-os *BOC* középponti szög fele, ami 150°. Ebből kivonva a 60°-os *M'MB* szöget, adódik, hogy *CMM'* 90°-os.

(Az indoklás az ábrától független.)

Mindkét esetben kaptuk, hogy *CMM'* derékszög, ebből következik a feladat állítása.