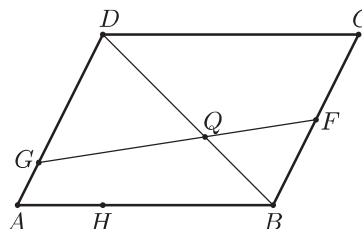
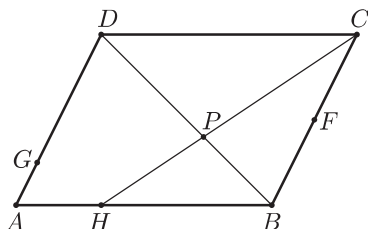


4. Az  $ABCD$  paralelogramma  $AB$  oldalának  $A$ -hoz közelebbi harmadoló pontja  $H$ ,  $BC$  oldalának felezőpontja  $F$ , és  $DA$  oldalának  $A$ -hoz legközelebb levő negyedelő pontja  $G$ . Bizonyítandó, hogy  $FG$ ,  $CH$  és  $DB$  egy ponton mennek át!

**Megoldás.** Azt fogjuk megmutatni, hogy  $GF$  és  $CH$  ugyanabban a pontban metszi a  $DB$  átlót.

1 pont

Jelölje  $P$  a  $CH$  és  $DB$  metszéspontját,  $Q$  pedig a  $GF$  és  $DB$  metszéspontját.



A  $HBP$  és a  $CDP$  háromszögek hasonlóak, mert szögeik egyenlők. A hasonlóság miatt

$$\frac{BP}{PD} = \frac{BH}{DC} = \frac{2}{3}.$$

2 pont

Az  $FQB$  és a  $GQD$  háromszögek hasonlóak, mert szögeik egyenlők. A hasonlóság miatt

$$\frac{BQ}{QD} = \frac{BF}{DG} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}.$$

2 pont

Azt kaptuk, hogy  $\frac{BP}{PD} = \frac{2}{3} = \frac{BQ}{QD}$ , ez pedig csak úgy lehetséges, ha  $P = Q$ . Tehát  $FG$ ,  $CH$  és  $DB$  egy ponton mennek át.

2 pont

---

Összesen: 7 pont