1. Oldjuk meg az egyenletet a valós $(x;y)$ számpárok halmazán!

$$4-x^2-2\sqrt{9-x^2}=-\left|\frac{y+3}{2y-1}-1\right|-6.$$

Megoldás. A $\sqrt{}$ alatt álló kifejezés nemnegatív, így $|x|\leqq 3$.

Rendezzük át az egyenletet!

Mindkét oldalhoz 6-ot adva:

$$10-x^2-2\sqrt{9-x^2}=-\left|\frac{y+3}{2y-1}-1\right|,$$

$$\left(9-x^2\right)-2\sqrt{9-x^2}+1=-\left|\frac{y+3}{2y-1}-1\right|.$$ 1 pont

Ismerjük fel, hogy a bal oldalon a $\sqrt{9-x^2}-1$ kifejezés négyzete szerepel!

Vagyis az egyenlet a következő alakra hozható:

$$\left(\sqrt{9-x^2}-1\right)^2=-\left|\frac{y+3}{2y-1}-1\right|$$ 2 pont

Mivel a bal oldal nemnegatív, a jobboldal pedig nempozitív, ezért egyenlőek csak úgy lehetnek, ha külön-külön mindkettő 0-val egyenlő! 1 pont

Megoldva a $\left(\sqrt{9-x^2}-1\right)^2=0$ egyenletet:

$$\sqrt{9-x^2}=1 \quad\longrightarrow\quad 9-x^2=1 \quad\longrightarrow\quad 8=x^2 \quad\longrightarrow\quad x=\pm\sqrt{8}$$

adódik.

És ez megfelel a $|x|\leqq 3$ feltételnek. 1 pont

Megoldva a $0=-\left|\frac{y+3}{2y-1}-1\right|$ egyenletet:

$$\frac{y+3}{2y-1}-1=0 \quad\longrightarrow\quad \frac{y+3}{2y-1}=1 \quad\longrightarrow\quad y+3=2y-1 \quad\longrightarrow\quad y=4$$

adódik. 1 pont

Vagyis az egyenlet megoldása az alábbi két $(x;y)$ számpár: $\left(\sqrt{8};4\right)$ és $\left(-\sqrt{8};4\right)$. 1 pont

Összesen: 7 pont