

Általános Iskolások Matematika Versenye
2009. első forduló
7. osztály

1. Négy számot leírnak egymás alá. Az első kettő átlaga (számtani közepe) 7, a középső kettőé 2,3, az utolsó kettőé 8,4. Mennyi az első és az utolsó átlaga? Keress a feltételeknek megfelelő számnégyest.

Megoldás:

Jelöljük a számokat a ; b ; c ; d -vel.

$$a + b = 14 \quad (1)$$

$$b + c = 4,6 \quad (2)$$

$$c + d = 16,8 \quad (3)$$

Az első és harmadikból következik, hogy a négy szám összege 30,8. Ha ebből kivonjuk a középső kettő összegét, megkapjuk a két szélső szám összegét.

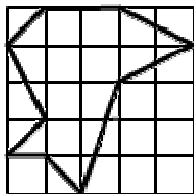
$$30,8 - 4,6 = a + d$$

$$\frac{a + d}{2} = 13,1$$

Az első és az utolsó szám átlaga 13,1.

Ez meg is valósítható, például: 8; 6; -1,4; 18,2.

2. Számítsd ki az ábrán látható sokszög területét, ha a kis négyzetek oldala 10mm.



Megoldás:

A sokszögben a négyzetek száma:

$$6 + \frac{3}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + 2 \cdot 1 = 12$$

Egy négyzet területe 100 mm^2 , ezért a sokszög területe $12 \cdot 100 \text{ mm}^2 = 1200 \text{ mm}^2$

3. Az ABC háromszög egyenlő szárú. Az AC és BC szárak 36° -os szárszöget zárnak be egymással. Az A csúcsnál lévő szög felezője a BC oldalt egy D pontban metszi. A CD szakasz hossza 8 cm. Milyen hosszú az AB oldal?

Megoldás:

Az ABC háromszög szögei: 36° ; 72° 72°

Az ADC háromszög egyenlőszárú, mert szögei: 36° ; 36° 108° ,
ezért $CD = AD = 8 \text{ cm}$.

Az ABD háromszög egyenlőszárú, mert szögei 36° ; 72° 72° , ezért
 $AD = AB = 8 \text{ cm}$.

A keresett oldal tehát 8 cm.

4. A cukrászdában 2 dl narancslé ára 240 forint, 2 dl almalé pedig 160 forintba kerül. Külön kérésre almalé-narancslé keveréket is készítenek. Ebben a keverékben az almalé és a narancslé aránya olyan, hogy a két összetevő árban megegyezik. Mennyibe kerül 2 dl ilyen keverék? (A keverék elkészítéséért nem számítanak fel semmit.)

Megoldás:

1 dl narancslé 120 Ft, 1 dl almalé 80 Ft.

A keverékben legyen x dl narancslé, ennek ára $120 \cdot x$ Ft, ebben a keverékben $2 - x$ dl almalé van, amelynek ára $(2 - x) \cdot 80$

$$120x = 80 \cdot (2 - x)$$

$$\text{Ebből } x = 0,8$$

A 2 dl keverékben 0,8 dl narancslé van, melynek ára $0,8 \cdot 120 = 96$ Ft, és 1,2 dl almalé van melynek ára $1,2 \cdot 80 = 96$ Ft. A 2 dl keverék 192 Ft-ba kerül.

5. Egy út 444 km hosszú. Az út mentén minden kilométernél egy oszlopot helyeztek el. Az oszlopokon két szám áll, ezek a számok az oszlopnak az út két végétől mért távolságát jelölik. Például: Az első oszlopon 0-444; a második oszlopon 1-443, és így tovább, az utolsón 444-0 látható. Hány olyan oszlop van amelyben a felirathoz csak kétféle számjegyre volt szükség?

Megoldás:

Képezzünk a két számból három számjegyből álló számokat: például az 1-443 számpár helyett dolgozzunk 001-443 számokkal.

Két ilyen módon felírt számok összegének kell 444-nek lenni.

Az egyik számjegy legyen 0, ekkor 4-t választva a másik számnak 8 számpárt képezhetünk.

Ha az egyik szám 1, akkor a másik szám 3 lehet, ekkor is 8 lehetőség van.

Ha az egyik szám 2, akkor a következő esetek lehetségesek: 2-442; 22-422; 422-22; 2-442.

Ha 5 vagy annál nagyobb számot választanánk az egyik számjegynek, akkor jelöljük a felhasznált számokat A illetve B-vel.

Az egyes helyiértéken lévő számok a következők lehetnek:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| B | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 |

A két szám összeadásánál tízes átlépés történik, így a következő helyiértéken már egy újabb számjegyet kell felhasználni. Ez már legalább három számjegy felhasználását jelenti.

Így ezekben az esetekben nem kaphatunk a feltételeknek megfelelő számpárt.

Tehát 20 olyan oszlop van a mely a feltételeknek megfelel.