

Budapesti Általános Iskolák Matematika Versenye
Döntő
5. osztály
2010.

1. András hétfőtől péntekig mindennap vett a piacon néhány szem barackot. Az öt nap alatt összesen 46 szemet vett, és minden nap többet vett, mint az előző nap. Még azt is tudjuk, hogy pénteken kétszer annyit vásárolt mint hétfőn. Hány szem barackot vett csütörtökön?

Megoldás:

Érdeemes a próbálgatásnál először a hétfői és a pénteki mennyiséget kitalálni, mivel a pénteki kétszerese a hétfőinek.

A hétfői szám nem lehet 5, vagy annál kevesebb, mert akkor a pénteki 10 vagy annál kevesebb lenne, a többi pedig 10-nél is kevesebb, így az öt szám összege kisebb lenne 46-nál. _____ **2 pont**

Ha a hétfőn vett barackok száma 7 lenne. akkor a pénteki 14, a közbülsők legalább 8, 9, 10. ezek összege viszont már nagyobb 46-nál. Tehát a hétfői szám 7-nél kisebb.
_____ **2 pont**

Így hétfőre csak egy szám jöhet szóba, a 6. _____ **1 pont**

Ha a hétfői szám 6, akkor a pénteki 12, akkor a másik három összege $46 - 6 - 12 = 28$. Ezt kell a 7, 8, 9, 10, 11 számokból három összegeként előállítani. _____ **2 pont**

Ha a három szám között nem szerepelne a 11, akkor a legnagyobb összeg $8 + 9 + 10 = 27$ lenne csak. Tehát a 11-nek szerepelnie kell, és nyilván ez lesz a közbülső számok közül a legnagyobb. **Így a csütörtökön csak 11 barackot vehetett.** _____ **2 pont**

Még azt is meg kell néznünk van-e megoldás keddre és szerdára.
Két lehetőség is van 7 és 10, valamint a 8 és 9. _____ **1 pont**

2. Pénzem négyötöd része aprópénz (fémpénz), egyötöd része papírpénz volt. Elköltöttem az aprópénz felét. Most összes pénzemnek hányad része aprópénz?

Megoldás: Pénzem 5 egyenlő részre osztva 1 rész papír, 4 rész apró. _____ **3 pont**

Ennek fele 2 rész apró, aminek felét költöttem el, marad 2 rész apró, és egy rész papír,
_____ **4 pont**

összesen 3 egyenlő rész. Az apró ennek $2/3$ része. _____ **3 pont**

3. Két hosszú hajú fiatal ül egy lépcsőn, egy fiú és egy lány.
- Fiú vagyok. - mondja a vörös hajú.
- Lány vagyok. - mondja a fekete hajú.
Melyik melyik, ha legalább az egyikük hazudik?

Megoldás:

Az, hogy legalább az egyikük hazudik három esetet jelenthet. Vagy a vörös hajú hazudik, vagy a fekete hajú vagy mindketten. _____ **3 pont**
Ha csak a vörös hajú hazudik, akkor ő lány, _____ **1 pont**
de mivel a fekete hajú igazat mond, ő is, _____ **1 pont**
viszont tudjuk, hogy egyikük fiú. Ha csak a fekete hajú hazudik, ugyanezzel a problémával találkozunk, csak éppen ekkor két fiú lenne. _____ **2 pont**
Ha mindketten hazudnak, akkor a vörös hajú a lány és a fekete hajú a fiú, és ezzel nem kerülünk ellentmondásba sem a feltételekkel. _____ **3 pont**

4. a) Szerkeszd meg a négyzet belsejében azokat a pontokat, amelyek egyenlő távol vannak A-tól és P-től. Színezd ezeket pirosra. Színezd kékre azokat a pontokat, melyek közelebb vannak a P-hez, mint a négyzet A csúcsához!
- b) Szerkeszd meg a négyzet belsejében azokat a pontokat, amelyek közelebb vannak a P-hez, mint a négyzet B csúcsához! Színezd ezeket zöldre!
- c) Szerkeszd meg a négyzet belsejében azokat a pontokat, amelyek közelebb vannak a P-hez, mint a négyzet bármelyik csúcsához! Színezd ezeket pirosra!

Megoldás:

a) A szakaszfelező merőleges pontjai egyenlő távol vannak A-tól és P-től. _____ **1 pont**
Ennek a merőlegesnek a négyzetbe eső szakasza piros. _____ **1 pont**
A szakaszfelező P-t tartalmazó félsíkjaiban az P-hez közelebbi pontok találhatóak. Ezért a négyzetnek a piros szakasz P-felőli oldalára eső része kék. _____ **1 pont**

b) Pontozás az a) szerint. _____ **1+1+1 pont**

c) Az előzőek alapján a PA, PB, PC és PD szakaszok felezőmerőlegeseinek megszerkesztése.

Az ezek által határolt területnek _____ **1+1+1 pont**
a négyzetbe eső része piros. _____ **1 pont**

Az itt közölt megoldásoktól eltérőkre is teljes pontszám adandó, ha azok leírása teljes.