

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
2013-2014
8.osztály
döntő
Megoldások

1. 2-vel osztva: $x+20y+300z=1007$.

Mivel z értéke minimum 3, de már 5 nem lehet, így $z=3$.

$x+20y+900=1007$, vagyis

$x+20y=107$. Ekkor $y=3$ vagy $y=5$, (7 már nem lehet.)

$x+60=107$, vagyis $x=47$.

$x+100=107$, vagyis $x=7$.

Tehát a megoldások:

$(x; y; z)=(7; 5; 3)$ vagy $(47; 3; 3)$

Ellenőrzés!

2. Egy kéttényezős szorzat negatív, ha tényezői közül az egyik pozitív, míg a másik negatív.

Ábrázoljuk az $y = \frac{3}{2}x$ (e egyenes), és az $y = -x + 4$ (f egyenes) függvényeket.

Azokat a pontokat kell kékre színeznii, amelyek vagy mind a két egyenes felett, vagy mindkét egyenes alatt vannak. (Az egyenesek pontjai nem kékek.)

3. Például két egyenletet írhatunk fel a szöveg alapján.

Ha Tomi most x éves, Timi most y éves, akkor:

$x + (x - y) + x = 35$, ebből $y = 3x - 35$,

$x - y = y - \frac{x}{3}$, ebből $y = \frac{2}{3}x$.

Ennek megoldása: Tomi: $x=15$ éves, Timi: $y=10$ éves.

Ellenőrzés!

4. Legyenek a szögek (az ábrán): $CAB=60^{\circ}$, $ABC=30^{\circ}$, $BCA=90^{\circ}$.

A CAB szög felezője a BC befogót P pontban metszi. P -ből az AB átfogóra rajzolt merőleges az átfogót Q -ban metszi. Ekkor a keletkezett CAP , AQP , PQB háromszögek szögei teljesítik a feltételeket.

5. A számjegyek 1, 3, 5, 7, 9, és mindegyik szerepel az ötjegyű számban.

Három egymást követő átlaga akkor lehet 5, ha ezek valamilyen sorrendben az 1, 5, 9 illetve a 3, 5, 7.

Ekkor az

15937, 15973, 37159, 73159, 31597, 71593 számok lehetnek, ahol minden esethez 6-6 megoldást kapunk, mivel az 1, 5, 9 számjegyek $3!=6$ -féleképpen állíthatók sorba.

Hasonlóan a 3, 5, 7 számjegycsoporttal is 36 számot képezhetünk, tehát összesen 72 ötjegyű szám felel meg a feltételeknek.