

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
2016-2017
8.osztály
Első forduló
Megoldások

1. 6 db felhasználásával a következő területek lehetnek:

$$6 \times 4 = 24$$

$$5 \times 4 + 1 = 21$$

$$4 \times 4 + 2 = 18$$

$$3 \times 4 + 3 = 15$$

$$2 \times 4 + 4 = 12$$

$$1 \times 4 + 5 = 9$$

$6 \times 1 = 6$ Ezek közül csak a 9 négyzetszám, s 1 db 2×2 -esből és 5 db 1×1 -esből tényleg kirakható négyzet.

2. Ha régen Balázs x éves volt, akkor ma Kati is x éves. De eszerint régen Kati $0,5x$ éves volt, s ma Balázs $1,5x$ éves.

Felírható a következő: $1,5x + x = 35$

$$x = 14, \text{ tehát Kati ma } 14 \text{ éves, Balázs pedig } 21.$$

A feltételeknek ez a két szám megfelel.

3. A három számra igaz: $x : 2x : 4x$, hiszen arányuk $1 : 2 : 4$.

Négyzeteik összege:

$$x^2 + (2x)^2 + (4x)^2 = x^2 + 4x^2 + 16x^2 = 21x^2 = 189$$

innen: $x^2 = 9$, innen $x = 3$ vagy $x = -3$ lehet.

A keresett három szám tehát a 3, 6 és 12, vagy -3, -6 és -12 lehet. Négyzeteikre teljesül, hogy: $9 + 36 + 144 = 189$, tehát mindkét számhármast jó.

4. Az egyenlőszárú háromszög szárszögének fele 10° , így a háromszög szögei: $20^\circ, 80^\circ, 80^\circ$. Az alapon fekvő szög szögfelezője, a szárszög szögfelezője és az egyik szár által meghatározott háromszög szögei: $10^\circ, 40^\circ$ és 130° . Így a két szögfelező által bezárt szög: $180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ lesz.

5. Egy szorzat utolsó számjegyét csak a szorzótényezők utolsó számjegyeinek szorzata határozza meg. Így 2015 bármely hatványa 5-re végződik, 2016 bármely hatványa 6-ra végződik. Egy 5 végű és egy 6 végű szám szorzata 0-ra végződik, ezzel bármilyen egész számot megszorozva a szorzat utolsó jegye 0 lesz.