

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye

2019

6.osztály

Első forduló

Javítási útmutató

1. Hány különböző téglalapot lehet kirakni 108 darab egyforma négyzetlapból, ha egy-egy téglalap kirakásához az összes négyzetlapot fel kell használni?

M: Osztópárokat kell összegyűjteni, 6 ilyen van. Tehát hatféle téglalap képezhető.

2. Peti pénzének $\frac{3}{4}$ részéhez még 50 forintot kell adni ahhoz, hogy megkapjuk Pali pénzét.

Viszont Palinak csak 10 forinttal van kevesebb pénze, mint Petinek.

Hány forintja van a két gyereknek külön-külön?

M: Az 50 forint és a 10 forint összege pontosan Peti pénzének $\frac{1}{4}$ része. Így Petinek 240 forintja, Palinak 230 forintja van.

3. Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amelynek fele egy egész szám négyzete (második hatványa), harmada pedig egy egész szám köbe (harmadik hatványa) ?

M: A keresett szám 2-nek legalább a 3. hatványa, 3-nak pedig legalább a negyedik hatványa kell legyen. Ez 2-re jó is, de 3-nak is páros hatvány kell. Így a 3-nak legalább a 4. hatványa lesz jó. A kérdéses szám tehát: 2^3 és 3^4 szorzata lesz. Ez 648, a fele a 18 négyzete, a harmada pedig 6 köbe.

4. Egy családban a gyerekek átlagos életkora 8 év. A legfiatalabb gyerek 6 éves. A többi gyerek életkorának átlaga 9 év.

Hány gyerek van a családban?

M: Felírva a 8 és a 9 többszöröseit olyan esetet keresünk, amikor a 8 valamely többszöröse és a 9 eggyel kisebb számmal szorzott többszöröse között pontosan 6 a különbség. Ilyen eset van: 24 és 18 között 6 a különbség. Előtte a különbség több, utána pedig mindig kevesebb hatnál. Tehát ez az összes megoldás, ami azt jelenti, hogy 3 gyerek van a családban.

5. Hány olyan háromjegyű pozitív egész szám van, amelyben csak 2 különböző számjegy fordul elő?

M: Ha nincs benne 0: $(9 \cdot 8) : 2 = 36$ -féleképpen választhatok ki 2 számjegyet. A kiválasztott számjegyekből 6 szám képezhető, ez eddig $36 \cdot 6 = 216$ eset. Ha a 0-t választjuk, akkor $2 \cdot 9 = 18$ olyan eset van, amelyben 1 db 0 van, és 9 olyan, amelyben 2 db 0 van. Összesen tehát $216 + 18 + 9 = 243$ ilyen szám van. (Ez menne úgy is, hogy az összesből levonjuk az egy ill. a három számjegyet tartalmazókat, de ez szerintem nehezebb gondolat.)