

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
2020
6.osztály
Első forduló
Javítási útmutató

1. Mari és Juli testvérek. Mari 12 éves, Juli pedig 8 éves, így kettejük életkorának összege 20 év.
Hány év múlva lesz kettejük életkorának összege kétszer ennyi?
M: A két lány életkora összegének duplája 40 év, így a növekmény 20 év.
Ez két egyenlő részből áll, tehát 10 év múlva történik meg a kívánt eset.

2. a.,Adj meg egy olyan pozitív egész számot, amelynek a számjegyeinek összege is 10, és a számjegyeinek szorzata is 10.
b.,Hány ilyen szám van?
c.,Ha nagyság szerint növekvő sorrendbe állítanánk őket, melyik lenne az 5. szám?
M: Pl 11125 ilyen szám. Más számjegyek nem alkotják a 10 felbontása miatt.
Ebből az 5 számjegyből álló számok száma: a 3db 1-est leteszem egymás mellé. Közéjük 4 helyre tehetem le pl a 2-es számjegyet, majd a keletkezett 4 jegyű szám esetén 5 helyre a megmaradó 5-ös számjegyet.
Így összesen 20 db szám keletkezhet.
Növekvő sorba rakva őket az 5. a 11512

3. Az 1,2,3,...,2020 (1-től 2020-ig a pozitív egészek) számok között hány olyan van, amelynek van 0 számjegye?
M: Egyszerűbb azt megszámlálni, hogy hány olyan szám van, amiben nincs 0 számjegy, majd ezt kivonjuk 2020-ból.
Az egyjegyű számok egyikében sincs, ez 9 szám.
A megfelelő kétjegyű számok mindkét helyiértékén 9-féle számjegy állhat (mert 0 nem lehet), ez $9 \times 9 = 81$ szám.
A megfelelő háromjegyű számok mindhárom helyiértékén 9-féle számjegy állhat, ez $9 \times 9 \times 9 = 729$ szám.
1000-től 1999-ig azok a számok lesznek megfelelők, ahol a százasok,

tízesek és egyesek helyén sem áll 0, azaz mindenhol 9-féle számjegy állhat, azaz ez összesen $9 \times 9 \times 9 = 729$ szám.

2000-től 2020-ig a százások helyén minden számban 0 áll, azaz ezek közül egyik szám sem megfelelő.

Tehát összesen $9 + 81 + 729 + 729 = 1548$ olyan szám van, amiben nincs 0 számjegy.

Azaz $2020 - 1548 = 472$ darab olyan szám van, amiben van 0 számjegy.

4. Pistinek van 5 db 2 cm-es, 7 db 4 cm-es és 3 db 6 cm-es pálcikája. Ezekből négyzeteket akar összerakni úgy, hogy a pálcikák a négyzet oldalát alkotják. A négyzet oldalát alkothatja több pálcika, de a pálcikákat eltörni vagy meghajlítani nem szabad. Milyen méretű négyzeteket rakhat ki Pisti? Sorold fel az összeset!

M: A lehetséges négyzetek:

2x2-es (4db 2cm-es)

4x4-es (4db 4cm-es)

6x6-os (3db 6cm-es, 1db 4cm + 1db 2cm)

8x8-as (3db (6cm+2cm) és 2db 4cm)

10x10-es (3db(6cm + 4cm), 2db 4cm+1db 2cm)

12x12-es (6cm + 6cm, 6cm + 4cm + 2cm, 2(4cm + 4cm + 4cm))

14x14-es (6cm + 6cm + 2cm, 6cm + 4cm + 2cm + 2cm, 2(4cm + 4cm + 4cm + 2cm))

Ekkor már az összeset felhasználtuk, több eset nincs.

Párosak összege csak páros lehet, páratlan oldalú nincs.

5. Egy 57 méter hosszú és 45 méter széles, téglalap alakú telken nyulakat és tyúkokat tenyészt egy gazda. Amikor egy látogató érkezett, megkérdezte, hogy hány nyúl és hány tyúk van a telepen. A gazda így válaszolt: „Az állatoknak összesen 2652 lábuk és annyi fejük van, mint a telek - m^2 -ben kifejezett – terület mérőszámának 2/5 része.” A látogató nem ismerte a terület nagyságát, így nem tudta megoldani a feladatot. Segítsünk neki! Hány nyúl és hány tyúk van a telepen?

M: A terület: $45 \times 57 = 2565 m^2$, ennek $2/5$ része 1026, tehát ennyi fej van. Ha mind tyúk lenne, akkor ez 2052 lábat jelentene. A többlet 600 lábból éppen 300 nyúl „rakható össze.”

Tehát 300 nyúl és 726 tyúk van a telepen.

