

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye

2020

8.osztály

Első forduló

Javítási útmutató

1. Hány olyan háromjegyű szám van, amelyekre a következő két állítás közül legalább az egyik igaz:

- A százasként helyiértékű helyen ötös számjegy áll.
- Az egyes helyiértékű helyen hármasszámjegy áll.

M: 500, 501, ..., 599 – ez 100 darab.

103, 113, ..., 983, 993 – ez 90 darab. Duplán számoltuk: 503, 513, ..., 593 – ez 10 darab. Tehát  $100 + 90 - 10 = 180$  darab ilyen háromjegyű szám van.

2. Jancsi biciklijén a kerék kerülete kétszer akkora, mint Juliskáén. Ha Jancsi egyszer körbe tekeri a pedálját, akkor a kereke kétszer fordul körbe, míg ha Juliska egyszer körbe tekeri a pedálját, akkor biciklijének kereke egyszer fordul körbe. Juliska 20 perc alatt 2 km-t biciklizik. Hány perc alatt teszi meg ugyanezt a távot Jancsi a saját biciklijén, ha egy perc alatt ugyanannyiszor tekeri körbe a pedált, mint Juliska?

M: Jancsi kereke 1 fordulat alatt kétszer annyi utat tesz meg, s egy pedálfordulatra kétszer annyit fordul a kereke, mint Juliskának. Tehát négyszer gyorsabb, mint Juliska. Így negyedannyi idő alatt teszi meg ugyanazt az utat: 5 perc alatt.

3. Melyik az az ötjegyű öttel osztható természetes szám, amely felbontható egymásutáni prímszámok négyzetének szorzatára?

M: A szám osztható 5-tel, így a keresett szám egyik szorzótényezője a 25.  $5^2 * 7^2 * 11^2 = 148225$ , tehát ez már sok, míg  $5^2 * 7^2 = 1225$  kevés.

Tehát lehet:  $3^2 * 5^2 * 7^2 = 11025$ , vagy  $2^2 * 3^2 * 5^2 * 7^2 = 44100$ , több nincs, hiszen  $2^2 * 3^2 * 5^2 = 900$  már kevés. Tehát csak 11025 és 44100 felelnek meg a feltételeknek.

4. Egy konvex négyszög területe  $30 \text{ dm}^2$ . Két átlója a négyszöget 4 db háromszögre bontja, melyek közül két szomszédos háromszög területe  $5 \text{ dm}^2$  és  $7 \text{ dm}^2$ . Mekkora a másik két háromszög területe külön-külön?

M: A két ismert területű háromszöget határoló átlót 5 : 7 arányban

metszi a másik átló, mert a két háromszög ezen oldalakhoz tartozó magassága ugyanannyi. Így a keresett két terület aránya is 5 : 7.

$30 - 12 = 18$   $18 : 12 = 1,5$   $1,5 * 5 = 7,5 \text{ dm}^2$  az egyik terület, ami az 5  $\text{dm}^2$  mellett van, s  $1,5 * 7 = 10,5 \text{ dm}^2$  a másik terület.

5. Az ókori Kínában a Nagy Zöld Sárkánynak 100 feje volt. A bátor Csen Jü vitéz elhatározta, hogy végez a rémmel. A vitéznek olyan kardja volt, amivel egy csapásra csak 33 vagy 21 vagy 17 fejét tudta levágni a sárkánynak. Igen ám, de az első esetben a Nagy Zöld Sárkánynak 18 új feje nő ki, a második esetben 36, a harmadik esetben 14. Ha a Sárkány összes feje lehullik, akkor már nem nő ki új.

Le tudja-e győzni Csen Jü a gonosz Nagy Zöld Sárkányt?

M:  $33 - 18 = 15$ ,  $21 - 36 = -15$ ,  $17 - 14 = 3$ , tehát a küzdelem során a Sárkány fejeinek száma mindig a 3 többszörösével nő vagy csökken. De 100-ból kiindulva a 3 többszörösével nem lehet elérni a 0-t, hiszen 100 nem osztható 3-mal. Tehát a Sárkány legyőzhetetlen! (Így legalábbis..)